

3. Odrediti sva rešenja jednačine  $4x + 5y = 100$  ako su  $x$  i  $y$  celi brojevi.

Ovde koristimo metod početnog rešenja. Ideja je da nadjemo jedno očigledno rešenje a onda na osnovu toga i ostala rešenja. Prvo očigledno rešenje ove jednačine je za  $x_0 = 0, y_0 = 20$ .

$$(x_0, y_0) = (0, 20)$$

*Teorema:* Ako je uređeni par  $(x_0, y_0)$  jedno rešenje linearne Diofantove jednačine  $ax + by = c$  i  $(ab \neq 0$  i  $a$  i  $b$  su uzajamno prosti celi brojevi) tada i samo tada je relacijama  $x = x_0 + b\kappa$  u  $y = y_0 - a\kappa$  ( $\kappa \in \mathbb{Z}$ ) definisano opšte rešenje date jednačine.

Ako primenimo ovu teoremu na našu jednačinu  $4x + 5y = 100$ , dobijamo:

$$x = 5k \text{ i } y = 20 - 4k.$$

Rešenje za  $y$  možemo dobiti i ako umesto  $x$  u početnu jednačinu stavimo  $x = 5k$ :

$$4 \cdot 5k + 5y = 100$$

$$20k + 5y = 100,$$

podelimo levu i desnu stranu jednačine sa 5

$$4k + y = 20$$

$$y = 20 - 4k.$$

Rešenje ove jednačine je uređeni par  $(x, y) = (5k; 20 - 4k), (k \in \mathbb{Z})$