

2. Odrediti sva rešenja jednačine $40y - 63x = 521$ ako su x i y celi brojevi.

Kako je $D(40, 63)=1$, jednačina uvek ima celobrojna rešenja.

$$\begin{aligned}40y - 63x &= 521 \\40y &= 63x + 521 \\y &= \frac{63x + 521}{40} \\y &= \frac{80x + 520 - 17x + 1}{40} \\y &= 2x + 13 - \frac{17x - 1}{40}\end{aligned}$$

Da bi y bio ceo broj, onda i $\frac{17x - 1}{40} = a$, mora biti ceo broj.

$$\begin{aligned}\frac{17x - 1}{40} &= a \\17x - 1 &= 40a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{40a + 1}{17} \\x &= \frac{34a + 6a + 1}{17} \\x &= 2a + \frac{6a + 1}{17}\end{aligned}$$

Da bi x bio ceo broj onda i $\frac{6a + 1}{17} = b$, mora biti ceo broj.

$$\begin{aligned}\frac{6a + 1}{17} &= b \\a &= \frac{17b - 1}{6} \\a &= \frac{18b - b - 1}{6} \\a &= 3b - \frac{b + 1}{6}\end{aligned}$$

Da bi a bio ceo broj onda i $\frac{b + 1}{6} = k$, mora da bude ceo broj.

$$\begin{aligned}b + 1 &= 6k \\b &= 6k - 1\end{aligned}$$

Tada je :

$$a = \frac{17(6k-1)-1}{6}$$
$$a = \frac{17(6k-1)-1}{6}$$
$$a = 17k - 3$$

Pošto je:

$$x = \frac{40a+1}{17}$$
$$x = \frac{40(17k-3)+1}{17}$$
$$x = 40k - 7$$

Pošto je:

$$y = \frac{63x+521}{40}$$
$$y = \frac{63(40k-7)+521}{40}$$
$$y = 63k + 2$$

Rešenje ove jednačine je uređeni par $(x, y) = (40k - 7; 63k + 2)$