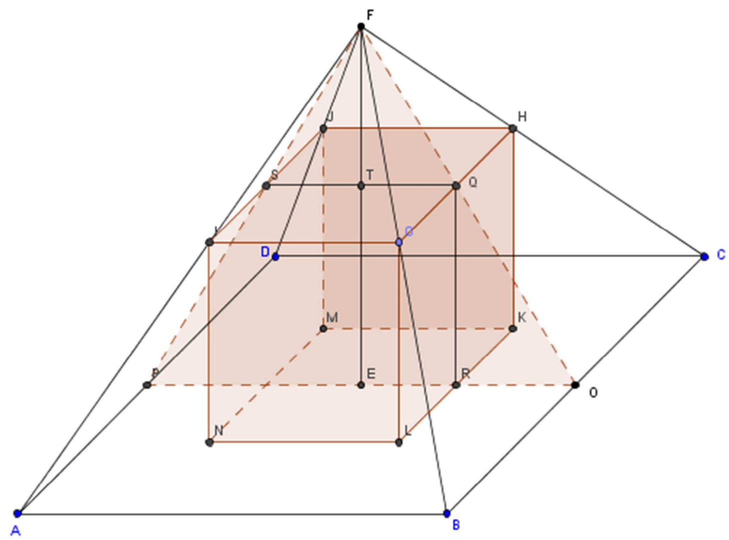
1.U pravilnu četvorostranu piramidu čije su sve ivice jednake 2 upisana je kocka, tako da donja strana kocke leži u osnovi piramide, a ostala temena na bočnim ivicama piramide. Odrediti površine kocke i piramide.

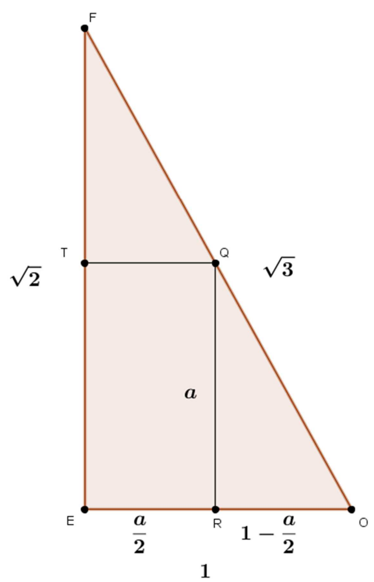


Prvo skiciramo jednakoivičnu četvorostranu piramidu kao što je naglašeno u tekstu zadatka.

Kako su sve ivice piramide jednake 2, u osnovi piramide je kvadrat stranice 2 dok se u omotaču piramide nalaze 4 jednakostranična trougla stranice 2. Površina piramide je:

$$P = B + 2M$$
$$P = a^2 + 2\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$
$$P = a^2 + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$
$$P = 4 + 2\sqrt{3}$$

Da bi izračunali površinu kocke upisane u ovu piramidu, neophodno je izračunati stranicu kocke. Ovde su nam interesantna dva trougla koje možemo izdvojiti sa slike. To su trouglovi ΔBCF i trougao ΔEOF. Kako je FO visina jednakostraničnog trougla ΔBCF, onda je $FO = \sqrt{3}$.



Iz sličnosti trouglova EOF i ROQ imamo:

$$\left(1-\frac{a}{2}\right):a = 1:\sqrt{2}$$

$$a = \sqrt{2}\cdot\left(1-\frac{a}{2}\right)$$

$$a = \sqrt{2}\cdot\frac{2-a}{2}$$

$$a = \frac{2-a}{\sqrt{2}}$$

$$a\sqrt{2} = 2 - a$$

$$a\sqrt{2} + a = 2$$
$$a \cdot (\sqrt{2} + 1) = 2$$

$$a = \frac{2}{(\sqrt{2}+1)}$$

$$a = 2(\sqrt{2} - 1)$$

Površina kocke upisane u ovu piramidu je:

$$P = 6 \cdot a^2$$
$$a = 6 \cdot \left(2(\sqrt{2} - 1)\right)^2$$

$$a = 24 \cdot (2 - 2\sqrt{2} + 1)$$

$$a = 24 \cdot (3 - 2\sqrt{2})$$

www.naukamladima.com