

1259. Reši jednačinu: $5^{2(\log_5 2+x)} - 2 = 5^{x+\log_5 2}$

$$5^{2(\log_5 2+x)} - 2 = 5^{x+\log_5 2}$$
$$\left(5^{(\log_5 2+x)}\right)^2 - 2 = 5^{\log_5 2+x}$$

Ovde uvodimo smenu:

$$5^{\log_5 2+x} = t$$
$$t^2 - 2 = t$$
$$t^2 - t - 2 = 0$$
$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$
$$t_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$
$$t_1 = 2 \quad t_2 = -1$$

$$5^{\log_5 2+x} = 2$$
$$5^{\log_5 2} \cdot 5^x = 2$$
$$2 \cdot 5^x = 2$$
$$5^x = 1$$
$$x = 0$$

$$5^{\log_5 2+x} = -1$$
$$5^{\log_5 2} \cdot 5^x = -1$$
$$2 \cdot 5^x = -1$$
$$5^x = -\frac{1}{2} \text{ Ovo nije rešenje jednačine.}$$

Kako je $5^x > 0$, $x = 0$ je jedino rešenje jednačine.