484. Ako je: $x+y+z=0$, i $x^2+y^2+z^2=1$, izračunati $x^4+y^4+z^4$.

Kvadrat trinoma se izračunava na ovaj način:

$$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+xz+yz) \qquad (1)$$

$$(x^2+y^2+z^2)^2 = x^4+y^4+z^4+2(x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2) \qquad (2)$$

Ako posmatramo jednačinu (1) :

$$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+xz+yz)$$

Iz uslova zadatka imamo:

$$0 = 1+2(xy+xz+yz)$$

$$2(xy+xz+yz) = -1$$

$$(xy+xz+yz) = -\frac{1}{2}$$

Kvadriranjem leve i desne strane dobijamo:

$$(xy+xz+yz)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2+2(x^2yz+xy^2z+xyz^2) = \frac{1}{4}$$

$$x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2+2xyz(x+y+z) = \frac{1}{4}$$

Iz uslova zadatka da je $x+y+z=0$, tada imamo:

$$x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2 = \frac{1}{4}$$

Kako je iz jednačine (2) :

$$x^4+y^4+z^4 = (x^2+y^2+z^2)^2-2(x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2)$$

$$x^4+y^4+z^4 = 1^2-2\cdot\frac{1}{4}$$

$$x^4+y^4+z^4 = \frac{1}{2}$$