2. Odrediti za koju vrednost promenljive x, funkcija f(x)= sin2x + cos2x , postiže najmanju vrednost na intervalu (0,π).

$f(x) = \sin 2x + \cos 2x$

Kako je $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, tada je i $\cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

$f(x) = \sin 2x + \cos 2x$

$f(x) = \sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

Iz transformacija zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod:

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2},$$

dobijamo sledeću funkciju:

$$f(x) = \sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2\sin\frac{2x + \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{2} \cdot \cos\frac{2x - \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{2}$$

$$f(x) = 2\sin\frac{2x + \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{2} \cdot \cos\frac{2x - \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{2}$$

$$f(x) = 2\sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{4x - \frac{\pi}{2}}{2}$$

$$f(x) = 2\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\frac{8x - \pi}{4}$$

$$f(x) = \sqrt{2} \cdot \cos\frac{8x - \pi}{4}.$$

Kako tražimo minimalnu vrednost funkcije u datom intervalu, odredimo prvi izvod funkcije i vidimo kada je izvod funkcije jednak nuli.

$$f'(x) = -2\sqrt{2} \cdot \sin\frac{8x - \pi}{4}$$

$$-2\sqrt{2} \cdot \sin\frac{8x - \pi}{4} = 0$$

Funkcija je jednaka nuli kada je $\sin\frac{8x - \pi}{4} = 0$

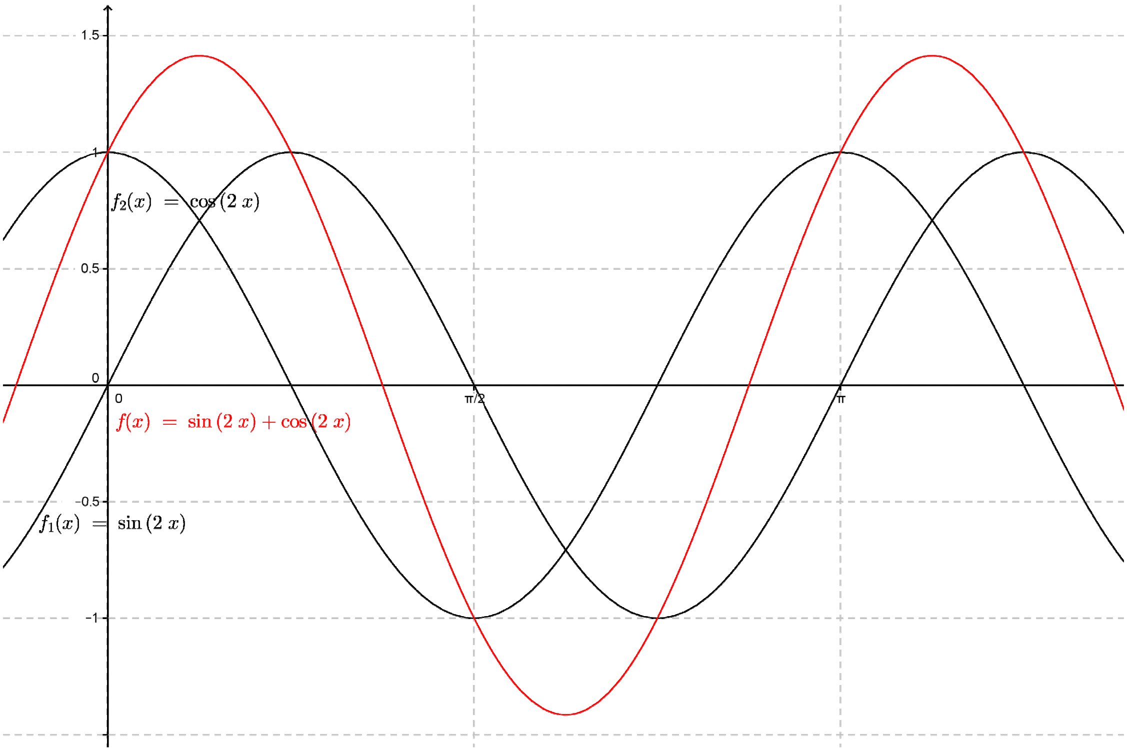
$$\sin\frac{8x-\pi}{4}=0$$

$$\frac{8x-\pi}{4}=0$$
$$8x-\pi=0$$
$$8x=\pi$$
$$x=\frac{\pi}{8}$$

$$\frac{8x-\pi}{4}=\pi$$
$$8x-\pi=4\pi$$
$$8x=5\pi$$
$$x=\frac{5\pi}{8}$$

Iz ove dve vrednosti koje predstavljaju ekstreme funkcije, lako se dolazi do zaključka da je maksimum u $x=\frac{\pi}{8}$, a minimum u tački $x=\frac{5\pi}{8}$.

Zadatak je moguće rešiti i grafički, što je prikazano na sledećoj slici:



www.naukamladima.com